

S. Flügge

# Mathematische Methoden der Physik

Analysis

Mit 30 Figuren

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1979

# Inhaltsverzeichnis

## I. Funktionentheorie

§1. Grundbegriffe . . . . .	1
a) Differentiation. Konforme Abbildung . . . . .	1
b) Einfache physikalische Beispiele zur konformen Abbildung . . . . .	4
c) Komplexe Integrale. Cauchysche Formeln . . . . .	5
§2. Beispiele zur komplexen Integration . . . . .	11
a) Periodischer Integrand . . . . .	11
b) Sprungfunktion . . . . .	13
c) Erzeugende Funktion . . . . .	15
§3. über die Diracsche Deltafunktion . . . . .	17
§4. Fortsetzung der allgemeinen Theorie . . . . .	22
a) Unendlich ferner Punkt . . . . .	22
b) Mehrdeutigkeit. Riemannsche Blätter . . . . .	23
c) Potenzreihen . . . . .	27
d) Allgemeine Konvergenzkriterien . . . . .	30
e) Darstellung einer Funktion durch ihre Pole und Nullstellen . . . . .	34
§5. Die Gammafunktion . . . . .	36
a) Elementare Beziehungen . . . . .	36
b) Die Betafunktion . . . . .	38
c) Die Produktdarstellung von Weierstrass . . . . .	39
d) Die logarithmische Ableitung der Gammafunktion . . . . .	44
e) Die Stirlingsche Formel . . . . .	46
f) Die Verdopplungsformel . . . . .	48
§6. Die hypergeometrische Reihe . . . . .	49
a) Lösungen der Gaußschen Differentialgleichung . . . . .	49
b) Die Integraldarstellung von Barnes . . . . .	52
c) Die Singularität bei $z = 1$ . . . . .	55
d) Die konfluente Reihe . . . . .	58
e) Coulombfunktionen . . . . .	63
§7. Semi konvergente Reihen . . . . .	66
Aufgaben 1-25 . . . . .	69

II. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen

§1. Homogene Differentialgleichungen: Grundlagen	93
a) Standardformen. Wronski-Determinante	93
b) Singularitäten und Potenzreihen	94
§2. Inhomogene Differentialgleichungen	100
§3. Randwertprobleme, Eigenwertprobleme	103
a) Homogene und inhomogene Probleme	103
b) Das Eigenwertproblem von Sturm und Liouville	105
c) Der Alternativsatz	110
d) Der Knotensatz	112
e) Andere Randbedingungen	U3
§4. Integralgleichungen	115
a) Vorbemerkungen	115
b) Integralgleichungen und algebraische Gleichungen	118
c) Die homogene Fredholmsche Gleichung	121
d) Inhomogene Fredholmsche Gleichungen	127
e) Integralgleichungen erster Art. Volterrasche Gleichungen	129
§5. Lösung durch Integraltransformation	131
a) Erläuterung der Methode	131
b) Laplace-Transformation	134
c) Fourier-Transformation	137
d) Eulersche Transformation	144
§6. Variationsmethoden	147
a) Allgemeine Theorie	147
b) Homogenes Variationsproblem	151
c) Integralgleichungen und Variationsmethode	153
d) Ritzsches Verfahren	155
Aufgaben 1-31	160

III. Spezielle Funktionen

§1. Zylinderfunktionen	197
a) Definitionen	197
b) Asymptotik	200
c) Ganzzahlige und halbzahlige Indices	203
d) Rekursionsformeln und Integrale über Zylinderfunktionen	209
e) Modifizierte Zylinderfunktionen	213
f) Airysche Integrale	214
g) Entwicklungen für große $A$	218
§2. Legendresche Funktionen	223
a) Legendresche Polynome	223

b) Entwicklung nach Legendreschen Polynomen . . . . .	227
c) Legendresche Funktionen erster Art . . . . .	230
d) Legendresche Funktionen zweiter Art . . . . .	233
e) Zugeordnete Legendresche Funktionen . . . . .	236
§3. Systeme orthogonaler Polynome . . . . .	240
a) Laguerresche Polynome . . . . .	240
b) Hermitesche Polynome . . . . .	244
c) Gegenbauersche Polynome . . . . .	247
d) Jacobi-Polynome . . . . .	251
Aufgaben 1-21 . . . . .	254
IV. Partielle Differentialgleichungen der Physik	
§1. Einleitung . . . . .	275
§2. Die Helmholtzsche Differentialgleichung . . . . .	277
a) Die einfachsten Lösungen . . . . .	277
b) Kugelfunktionen . . . . .	279
c) Anwendung des Superpositionsprinzips . . . . .	284
d) Translationsinvarianz . . . . .	288
§3. Dreidimensionale Drehungen . . . . .	290
a) Beschreibung einer dreidimensionalen Drehung . . . . .	290
b) Die Drehoperatoren . . . . .	294
c) Die Transformationskoeffizienten der Kugelfunktionen . . . . .	298
§4. Vektorkugelfunktionen . . . . .	304
a) Physikalische Motivierung . . . . .	304
b) Eigenschaften der Vektorkugelfunktionen . . . . .	305
§5. Greensche Funktionen . . . . .	307
a) Die Poissonsche Gleichung . . . . .	308
b) Die inhomogenen Gleichungen von Helmholtz und Yukawa . . . . .	309
c) Wellengleichung der Elektrodynamik . . . . .	311
d) Die Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	314
Aufgaben 1-12 . . . . .	318
Sachverzeichnis . . . . .	333